

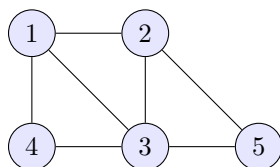
NAIL062 V&P Logika: 2. cvičení

Témata: Syntaxe výrokové logiky (strom výrazu, prefixový, infixový a postfixový zápis), sémantika výrokové logiky (Booleovské operátory, pravdivostní tabulka, tautologie, modely, důsledky).

Příklad 1. Uvažme následující tvrzení:

- *Ten, kdo je dobrý běžec a má dobrou kondici, uběhne maraton.*
 - *Ten, kdo nemá štěstí a nemá dobrou kondici, neuběhne maraton.*
 - *Ten, kdo uběhne maraton, je dobrý běžec.*
 - *Budu-li mít štěstí, uběhnu maraton.*
 - *Mám dobrou kondici.*
- (a) Formalizujte tato tvrzení jako teorii T ve výrokové logice v jazyce $L = \langle b, k, m, s \rangle$, kde výrokové proměnné mají po řadě význam “být dobrý běžec”, “mít dobrou kondici”, “uběhnout maraton” a “mít štěstí”.
- (b) Najděte všechny modely teorie T .
- (c) Napište několik různých důsledků teorie T .
- (d) Najděte CNF teorii ekvivalentní teorii T .
- (e) Výrok je v *disjunktivní normální formě (DNF)*, je-li disjunkcí konjunkcí literálů. Najděte DNF teorii ekvivalentní teorii T .

Příklad 2. Uvažme *vrcholová pokrytí* následujícího grafu:



- (a) Formalizujte ve výrokové logice problém, zda graf na obrázku má nejvýše k -prvkové vrcholové pokrytí, pro pevně zvolené k . Označme výslednou teorii jako T_k .
- (b) Ukažte, že T_2 nemá žádné modely, tj. graf nemá 2-prvkové vrcholové pokrytí.
- (c) Najděte všechna 3-prvková vrcholová pokrytí.

Příklad 3. (a) Převed'te infixovou notaci do prefixové notace, použijte k tomu strom výroku:

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$$

- (b) Převed'te prefixovou notaci do postfixové notace, použijte k tomu strom výroku:

$$\leftrightarrow \leftrightarrow pq \rightarrow \vee pq \wedge pq$$

Příklad 4. Sestrojte pravdivostní tabulky pro následující výrokové formule. Najděte jejich množiny modelů. Které z nich jsou tautologie?

(a) $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$

(b) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$

(c) $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$

(d) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

Příklad 5. Uveďte příklad výroku v jazyce $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$, který

(a) je pravdivý,

(b) je sporný,

(c) je nezávislý,

(d) je ekvivalentní s, ale různý od, výroku $(p \wedge q) \rightarrow \neg r$,

(e) má za modely právě $\{(1, 0, 0), (1, 0, 1), (0, 0, 1)\}$.