

Predikce v Box-Jenkinsových modelech

hledá se odhad $\hat{Y}_{m+h}$ veličiny Y_{m+h} na základě známých $Y_1, \dots, Y_m$
(predikce o h kroků dopředu)

odhad se hledá ve tvaru lineární kombinace, tj. $\hat{Y}_{m+h} = a_1 Y_m + \dots$
 $\dots + a_m Y_1$

tak, aby se minimalizovala střední čtverečná chyba predikce

$$E(Y_{m+h} - \hat{Y}_{m+h})^2 = E(Y_{m+h} - a_1 Y_m - \dots - a_m Y_1)^2$$

Pro AR(1):

$$\frac{\partial}{\partial a_j} E(Y_{m+h} - \hat{Y}_{m+h})^2 = E(Y_{m+h} - a_1 Y_m - \dots - a_m Y_1) Y_j = 0$$

$$\text{tj. } R(m+h-j) = a_1 R(m-j) + \dots + a_m R(j-1)$$

$$\text{víme, že } R(h) = \rho^h \frac{\sigma^2}{1-\rho^2}$$

$$\text{takže } \rho^{m+h-j} = a_1 \rho^{m-j} + \dots + a_m \rho^{j-1}$$

$$\text{pro } h=1: \rho^{m-j+1} = a_1 \rho^{m-j} + \dots + a_m \rho^{j-1}$$

$$\text{řešení: } a_1 = \rho, a_2 = \dots = a_m = 0$$

$$\text{takže } \hat{Y}_{m+1} = \rho Y_m \quad (\text{což se dalo čekat})$$

predikční chyba: $y_{m+1} - \hat{y}_{m+1} = y_{m+1} - \varphi y_m = \varepsilon_{m+1}$

str. čtvercová chyba predikce:

$$E(y_{m+1} - \hat{y}_{m+1})^2 = \text{var } \varepsilon_{m+1} = \sigma^2$$

dále se rekurentně počítá $\hat{y}_{m+2}$ ze známých $y_1, \dots, y_m, \hat{y}_{m+1}$
 $\hat{y}_{m+3}$ atd.

pro AR(p): $\hat{y}_{m+1} = \varphi_1 y_m + \dots + \varphi_p y_{m+1-p}$

pro MA(1): použijeme invertovaný tvar

$$y_t = \varepsilon_t + \theta y_{t-1} + \theta^2 y_{t-2} + \theta^3 y_{t-3} + \dots$$

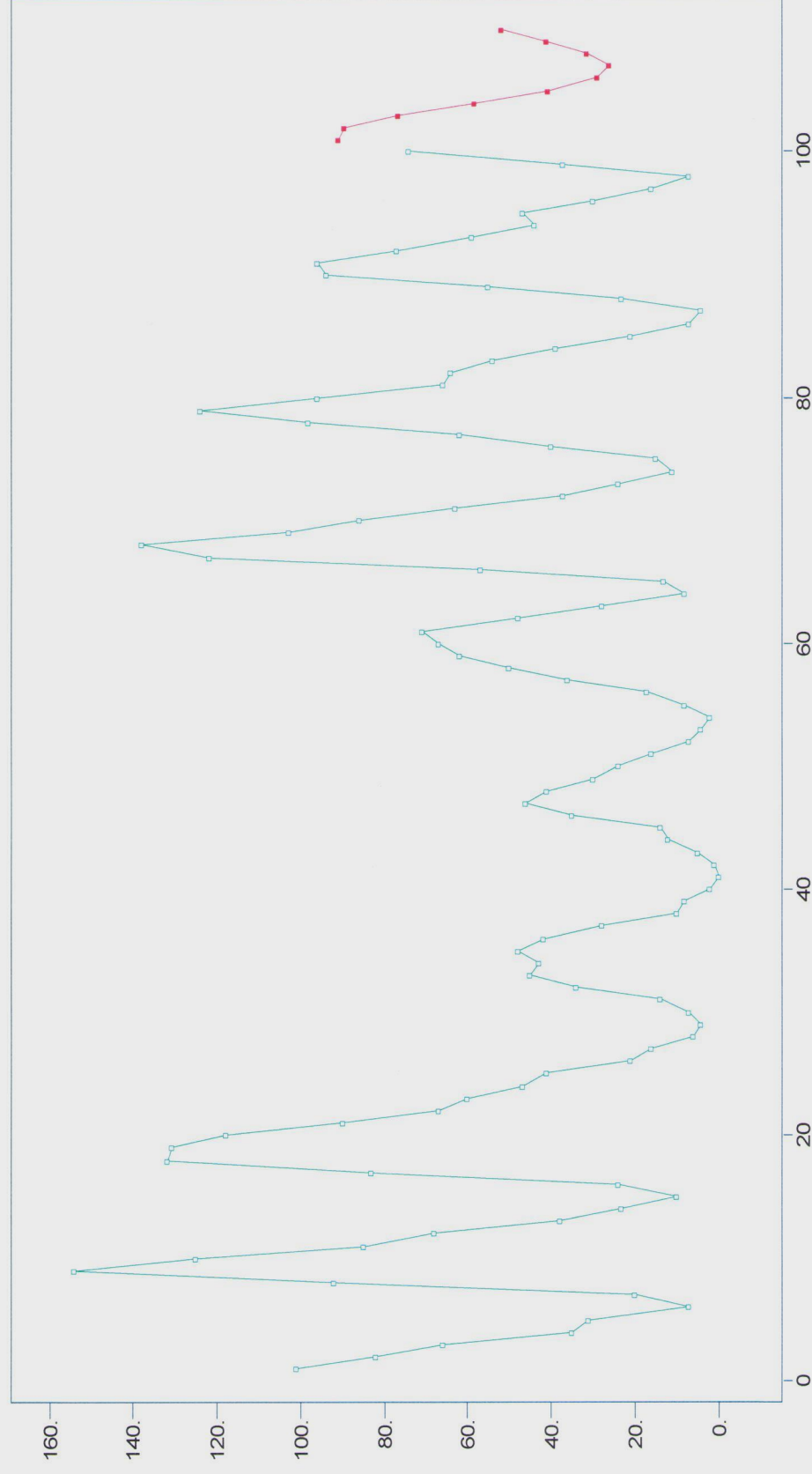
ma'me $\hat{y}_{m+1} = \hat{\varepsilon}_{m+1} + \theta y_m + \theta^2 y_{m-2} + \dots$

předpověď bílého šumu: $\hat{\varepsilon}_{m+1} = 0$

Obvykle se používají rekurentní algoritmy pro výpočet

koefficientů v predikci (Durbin-Levinson, inovční, ...)

Roční počet slunečních skvrn v letech 1770 – 1869



Algoritmus ARAR

data – zelená, předpověď – červená