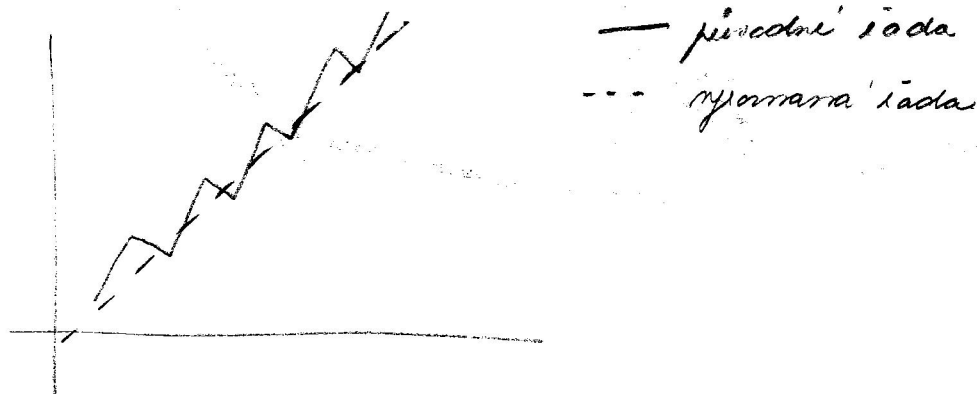


Trend v časové řadě

Metody pro rozpoznání (vyhlazení) časové řady, kdy se odskládají periodické, cyklické a náhodné vlivy.



Nejjednodušší případ: $y_t = Tr_t + E_t$ (tj. jenom trend a kvadratický průměr)

Nejběžnější trendové křivky (kdy se určují nejčastěji z grafického záznamu):

Konstantní trend $Tr_t = \beta_0$, kde β_0 je neznámý parametr.

odhadneme $\hat{\beta}_0 = \bar{y} = \sum_{t=1}^n \frac{y_t}{n}$

předpověď budoucí hodnoty $\hat{y}_T = \hat{\beta}_0 = b_0$

interval spolehlivosti pro tuto předpověď je

$$(b_0 - t_{n-1}(\alpha) \sqrt{1 + \frac{1}{n}}, b_0 + t_{n-1}(\alpha) \sqrt{1 + \frac{1}{n}})$$

kde $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$

$t_{n-1}(\alpha)$ je kritická hodnota rozdělení t_{n-1} na hl. α

Lineární trend $\bar{Y}_t = \beta_0 + \beta_1 t$

sahady se uči z lineárního modelu $y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$,

tg. $Y = X\beta + \varepsilon$, kde

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & m \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

$$X'X = \begin{pmatrix} m & \sum_{t=1}^m t \\ \sum_{t=1}^m t & \sum_{t=1}^m t^2 \end{pmatrix} \quad \frac{1}{m \sum t^2 - (\sum t)^2} \begin{pmatrix} \sum t^2 & -\sum t \\ -\sum t & m \end{pmatrix} = (X'X)^{-1}$$

$$X'Y = \begin{pmatrix} \sum y_t \\ \sum t y_t \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum t^2 \sum y_t - \sum t \sum t y_t}{m \sum t^2 - (\sum t)^2} = b_0$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{-\sum t \sum y_t + m \sum t y_t}{m \sum t^2 - (\sum t)^2} = b_1$$

přirovná $\hat{y}_T = b_0 + b_1 T$

Da' se konstruoval interval spoľitnosti po predponi, ma' tvar

$$(b_0 + b_1 \bar{T} - t_{n-2}(\alpha) s f_T, b_0 + b_1 \bar{T} + t_{n-2}(\alpha) s f_T)$$

hde

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \left(\sum_t y_t^2 - \sum_t \hat{y}_t^2 \right)}, \quad f_T = \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(T - \bar{T})^2}{\sum_t t^2 - n \bar{T}^2}}$$

Je to vlastne skyné jako v lineární regresi, kde na x-ové ose máme časy $1, 2, \dots, t$.

Takže můžeme pokročilá třeba kvadratickým trendem

$$Tr_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 \text{ atd.}$$

Nebo mohou být trendy analogické modelům nelineární regrese,

napi. exponenciální trend $Tr_t = \alpha \beta^t$, kde α, β jsou

maximální parametry.

Tento typ trendu se da' logaritmováním převést na lineární trend

$$\log Tr_t = \log \alpha + t \log \beta,$$

sabodně se $\log \alpha, \log \beta$, bylo odhadly se pak odlogaritmují.

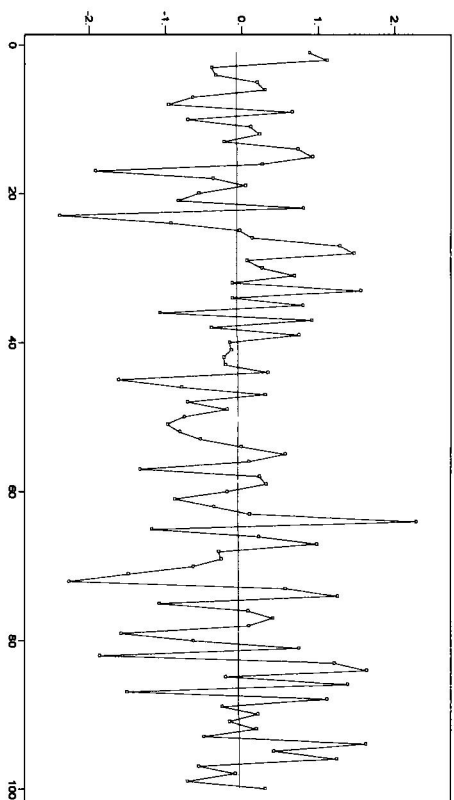
Další používané typy trendů:

Modifikovaný exponenciální $Tr_t = \mu + \alpha \beta^t$

Logistický $Tr_t = \frac{\mu}{1 + \alpha \beta^t}$

Gompertzova křivka $\log Tr_t = \mu + \alpha \beta^t$

Simulovaný bílý šum



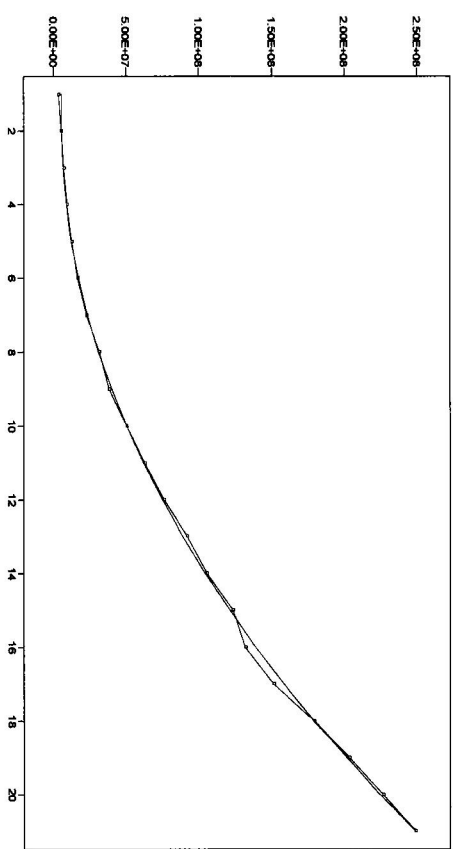
$$T_{\text{r}} = 0.00042262 \cdot t - 0.078935$$

"Slovo" konstantní trend (teoreticky
by měl být přímá konstantní)

Multiplicativní konstanta a

lineárního členu je hodnota

Počet obyvatel USA v letech 1790 – 1980 (v desetiletých intervalech)



$$T_{\text{r}} = 0.65063\text{E}+06 \cdot t^2 - 0.21599\text{E}+07 \cdot t + 0.69579\text{E}+07$$

Kvadratický trend

Modifikovaný exponenciální trend

5a)

$$Tr_t = \mu + \alpha \beta^t, \quad Y_t = Tr_t + E_t$$

Goubor pozorování se rozdělí na stejné třídy, délky $m = \frac{n}{3}$

(není-li n dělitelné 3, zpracují se největší pozorování se zbylým řádkem)

dostaneme:

$$\text{pro 1. třídu} \quad \sum_1 Y_t \sim \sum_1 Tr_t = m\mu + \alpha \sum_{t=1}^m \beta^t = m\mu + \alpha \beta \frac{\beta^m - 1}{\beta - 1}$$

$$\text{pro 2. třídu} \quad \sum_2 Y_t \sim \sum_2 Tr_t = m\mu + \alpha \beta^{m+1} \frac{\beta^m - 1}{\beta - 1}$$

$$\text{pro 3. třídu} \quad \sum_3 Y_t \sim \sum_3 Tr_t = m\mu + \alpha \beta^{2m+1} \frac{\beta^m - 1}{\beta - 1}$$

Tato soustava se vyřeší vzhledem k neznámým α, β, μ

Výsledky:

$$b = \hat{\beta} = \left(\frac{\sum_3 Y_t - \sum_2 Y_t}{\sum_2 Y_t - \sum_1 Y_t} \right)^{1/m}$$

$$a = \hat{\alpha} = \frac{b-1}{b(b^m-1)^2} \left(\sum_2 Y_t - \sum_1 Y_t \right)$$

$$c = \hat{\mu} = \frac{\sum_1 Y_t - \frac{ab(b^m-1)}{b-1}}{m}$$

$$\text{Předpověď: } \hat{Y}_T = c + ab^T$$

Příklad (c)pra):

Příklad 5.2. Odhadneme modifikovaný exponenciální trend pro časovou řadu průměrné spotřeby masa (v kg) v ČSSR v letech 1960 až 1980, která je dána ve třetím sloupci tab. 5.2. Přitom časový index t pro rok 1960 položíme rovný jedné.

Data jsou rozdělena do tří skupin ($m = 7$) a jsou spočteny součty hodnot

v jednotlivých skupinách. Podle vzorců (5.36) až (5.38) postupně dostaneme

$$b = \left(\frac{\sum_3 y_t - \sum_2 y_t}{\sum_2 y_t - \sum_1 y_t} \right)^{1/m} = \left(\frac{575,0 - 498,9}{498,9 - 415,1} \right)^{1/7} = 0,986\,325, \quad (5.39)$$

$$a = \frac{b - 1}{b(b^m - 1)^2} (\sum_2 y_t - \sum_1 y_t) = \frac{0,986\,325 - 1}{0,986\,325(0,986\,325^7 - 1)^2} (498,9 - 415,1) = -137,611, \quad (5.40)$$

$$c = \frac{\sum_1 y_t - ab(b^m - 1)/(b - 1)}{m} = \frac{415,1 - (-137,611) \cdot 0,986\,325(0,986\,325^7 - 1)/(0,986\,325 - 1)}{7} = 189,586. \quad (5.41)$$

Rok	t	y_t	$\hat{y}_t$
1960	1	56,8	53,857
1961	2	58,6	55,713
1962	3	58,6	57,544
1963	4	58,3	59,349
1964	5	59,1	61,130
1965	6	61,7	62,887
1966	7	62,0	64,620
$\sum_1 y_t$		415,1	
1967	8	62,9	66,328
1968	9	69,0	68,014
1969	10	68,9	69,676
1970	11	71,9	71,316
1971	12	73,7	72,934
1972	13	75,8	74,529
1973	14	76,7	76,102
$\sum_2 y_t$		498,9	

Rok	t	y_t	$\hat{y}_t$
1974	15	78,4	77,654
1975	16	81,1	79,185
1976	17	81,0	80,694
1977	18	81,4	82,184
1978	19	83,2	83,652
1979	20	84,3	85,101
1980	21	85,6	86,530
$\sum_3 y_t$		575,0	

Tab. 5.2. Průměrná roční spotřeba masa (v kg) na obyvatele v ČSSR v letech 1960–1980

Odhadnutý modifikovaný exponenciální trend a současně vyrovnaná časová řada se tedy počítají podle vzorce

$$\hat{y}_t = 189,586 - 137,611 \cdot 0,986\,325^t. \quad (5.42)$$

Hodnoty $\hat{y}_t$ jsou uvedeny ve čtvrtém sloupci tab. 5.2. Předpověď pro rok 1981 je zřejmě

$$\hat{y}_{22} = 189,586 - 137,611 \cdot 0,986\,325^{22} = 87,939 \quad (5.43)$$

Pro porovnání - skutečná hodnota je 86,6.

Jak a řady rychle odhadnout, který tvar řiny by se hodil?

Metody:

lineární - první difference $y_{t+1} - y_t$ jsou přibližně konstantní %

kvadratická - druhé difference $y_{t+2} - 2y_{t+1} + y_t$ jsou přibližně konstantní %

exponenciální - podíl sousedních $\frac{y_{t+1}}{y_t}$ jsou přibližně konstantní %.

(nebo první difference logaritmu $\log y_{t+1} - \log y_t$ jsou -1 -)

logistická - křivka první difference $y_{t+1} - y_t$ se podobá křivce

normální hustoty

podíl $\frac{\frac{1}{y_{t+2}} - \frac{1}{y_{t+1}}}{\frac{1}{y_{t+1}} - \frac{1}{y_t}}$ jsou přibližně konstantní

Gompertzova - podíl $\frac{\log y_{t+2} - \log y_{t+1}}{\log y_{t+1} - \log y_t}$ jsou přibližně konstantní

Adaptivní postupy

Řídky není popis trendu pomocí jedné matematické řiny možný, protože trend mění v čase svůj charakter, takže ta řivka by musela být hodně složitá a stejně by se nedala použít pro předpovědi.

Adaptivní postupy vyjadřují trendovou řivku lokálně, řídky se pomocí řivky metoda postupného trendu.

Patří sem např. metoda klouzajících průměrů.

Klasický průměr může být např. dvójný aritmetický průměr
 z nějakého počtu členů řady, např. $\frac{1}{5}(y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + y_{t+2})$,
 nebo složitější průměr třeba $\frac{1}{35}(-3y_{t-2} + 12y_{t-1} + 17y_t + 12y_{t+1} - 3y_{t+2})$.

Průměrem počítaným z hodnot $y_{t-m}, \dots, y_t, \dots, y_{t+m}$ se pak
 rovná hodnota y_t , průměrem z $y_{t-m+1}, \dots, y_{t+m+1}$ hodnota y_{t+1}
 atd.

Průměrem délky $2m+1$ můžeme tedy rovnat řadu z úseku $y_m, \dots, y_{m-m}$.

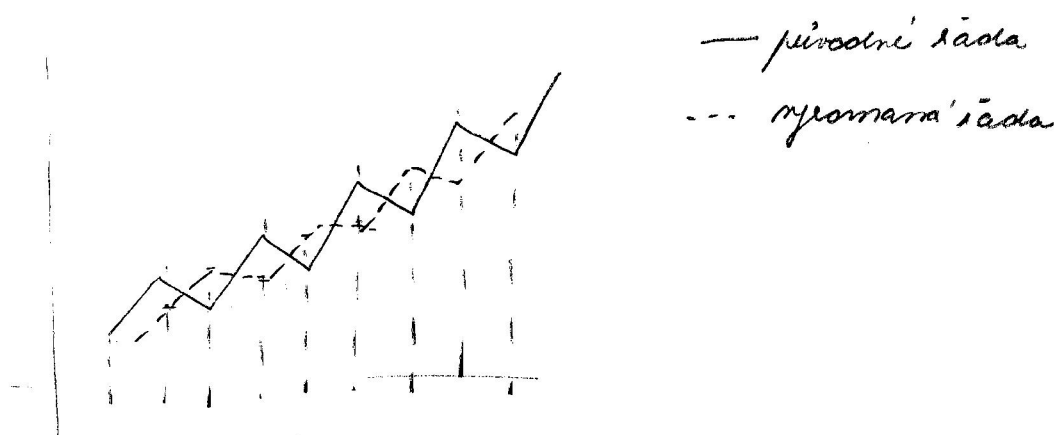
Řešící a koncový úsek řady se rovná křivce.

Metoda klasických průměrů umožňuje i konstrukci předpovědi.

Jak zvolit délku a konkrétní tvar klasického průměru?

Obecně je to dost složité. Délka by se měla volit podle pohledu
 na délku periody sezonních a cyklických složek. Máme-li např.

řadu:



Když zvolím délku klasického průměru 3, budu rovnat každou
 maximální hodnotu průměrem ze 2 minim a 1 maxima, takže ji
 podhodnotím. Neopak minimální hodnoty budu nadhodnocovat.

Výsledkem bude "uměrné zhlazení".

Obecně platí, že čím je větší délka klasického průměru, tím větší je zhlazení.

Váhy klouzavých průměrů (Cipro):

Tab. 6.2. Váhy klouzavých průměrů

Řád Délka	2. a 3.	4. a 5.
3	(0, 1, 0)	(0, 1, 0)
5	$\frac{1}{35}(-3, 12, 17, \dots)$	(0, 0, 1, \dots)
7	$\frac{1}{21}(-2, 3, 6, 7, \dots)$	$\frac{1}{231}(5, -30, 75, 131, \dots)$
9	$\frac{1}{231}(-21, 14, 39, 54, 59, \dots)$	$\frac{1}{429}(15, -55, 30, 135, 179, \dots)$
11	$\frac{1}{429}(-36, 9, 44, 69, 84, 89, \dots)$	$\frac{1}{429}(18, -45, -10, 60, 120, 143, \dots)$
13	$\frac{1}{143}(-11, 0, 9, 16, 21, 24, 25, \dots)$	$\frac{1}{2431}(110, -198, -135, 110, 390, 600, 677, \dots)$

Pro úplnost jsou však do tabulky zahrnuty např. váhy klouzavých průměrů řádu 2 nebo 3 a délky 3, přestože v tomto případě je $\hat{y}_t = y_t$.

Tab. 6.3. Předpovědní klouzavé průměry 1. řádu pro předpověď o jeden krok dopředu

Délka	$\hat{y}_{n+1}(n)$
3	$\frac{1}{3}(-2, 1, 4)$
5	$\frac{1}{10}(-4, -1, 2, 5, 8)$
7	$\frac{1}{7}(-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4)$
9	$\frac{1}{36}(-8, -5, -2, 1, 4, 7, 10, 13, 16)$
11	$\frac{1}{35}(-10, -7, -4, -1, 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20)$
13	$\frac{1}{26}(-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$

Tab. 6.4. Předpovědní klouzavé průměry 2. řádu pro předpověď o jeden krok dopředu

Délka	$\hat{y}_{n+1}(n)$
5	$\frac{1}{5}(3, -3, -4, 0, 9)$
7	$\frac{1}{7}(3, -1, -3, -3, -1, 3, 9)$
9	$\frac{1}{42}(14, 0, -9, -13, -12, -6, 5, 21, 42)$
11	$\frac{1}{85}(45, 9, -17, -33, -39, -35, -21, 3, 37, 81, 135)$
13	$\frac{1}{143}(33, 11, -6, -18, -25, -27, -24, -16, -3, 15, 38, 66, 99)$

Tab. 6.5. Předpovědní klouzavé průměry 3. řádu pro předpověď o jeden krok dopředu

Délka	$\hat{y}_{n+1}(n)$
5	$\frac{1}{5}(-4, 11, -4, -14, 16)$
7	$\frac{1}{7}(-4, 6, 4, -3, -8, -4, 16)$
9	$\frac{1}{126}(-56, 49, 64, 24, -36, -81, -76, 14, 224)$
11	$\frac{1}{66}(-24, 12, 24, 19, 4, -14, -28, -31, -16, 24, 96)$
13	$\frac{1}{143}(-44, 11, 36, 38, 24, 1, -24, -44, -52, -41, -4, 66, 176)$

Jak volit váhy v průměru?

Imagin se aproximovat pomocí $2m+1$ členů řady polynomem, dejme tomu 3. stupně, a odhaduje jeho koeficienty metodou nejmenších čtverců, tj. hledám minimum

$$\sum_{\tau=-m}^m (y_{t+\tau} - (\beta_0 + \beta_1 \tau + \beta_2 \tau^2 + \beta_3 \tau^3))^2$$

odhad pro y_t bude $b_0 = \hat{\beta}_0$ (tj. $\tau=0$), takže b_1, b_2, b_3 ani nemusím počítat

Konkrétně pro $2m+1=5$ a stupeň polynomu 3 vyjde

$$\hat{y}_t = \frac{1}{35} (-3y_{t-2} + 12y_{t-1} + 17y_t + 12y_{t+1} - 3y_{t+2})$$

Další konkrétní tvary a předpovědní blouhary průměr jsou v tabulkách v příloze knize, str. 45, 47, 48

Obyčejný aritmetický průměr odpovídá vyjádření úseků délky $2m+1$ polynomem řádu 0 nebo 1, tj. konstantním nebo lineárním trendem.

Předpovědní jednoduší blouhary průměr délky $2m+1$ je

$$\frac{1}{2m+1} (y_{m-2m} + y_{m-2m+1} + \dots + y_m)$$

a odhaduje se jím budoucí hodnota $y_{m+\tau}$ pro libovolné $\tau > 0$.

Proč se používají blouhary průměr liché délky? % % % %

7. a) Terminologie: Rõdem blokarite peimere se maxjã sãde polynomu, bluz' jom ri krolita po qproximasi.

b) Jale se kenda sãde ajidi?

Rada se postupni diferencuje - poãitaji se difference

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

$$\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1} = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}$$

ald.

Ma'-li pũvodni sãda kenda, bluz' je polynomem r -lito sãdu, pak jii baidem diferencovani kenda sãde 0 1 klexi, tj. r -la' difference bude mit kenda konstantni, po $r+1$ diferencovani kenda xipeni xmini. Gleduji ledy, kolikãl differenceji, mi xmini kenda - pũblivni se la da' oãbednauk r obrãku, ale ekskluji i pũsna' krolitã.

c) Vyjãcit leãhle rafinovanũsãde blokarjã peimere je pomẽrne maĩsãnj, jolo se n maxĩ pouãitãji i jednoduche' blokarani' peimẽrj (jãde la obyãjnẽ aritmetickẽ peimẽrj), ktere' odpovẽdãji sãdu 0 nebo 1.

$$\min \sum_{\bar{t}=-m}^m (y_{t+\bar{t}} - \beta_0 - \beta_1 \bar{t} - \beta_2 \bar{t}^2 - \beta_3 \bar{t}^3)^2$$

$$\text{necht } 2m+1 = 5$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{\bar{t}=-2}^2 (y_{t+\bar{t}} - \beta_0 - \beta_1 \bar{t} - \beta_2 \bar{t}^2 - \beta_3 \bar{t}^3) = 0$$

$$t_0: \sum_{\bar{t}=-2}^2 y_{t+\bar{t}} - 5\beta_0 - \beta_1 \sum_{\bar{t}=-2}^2 \bar{t} - \beta_2 \sum_{\bar{t}=-2}^2 \bar{t}^2 - \beta_3 \sum_{\bar{t}=-2}^2 \bar{t}^3 = 0$$

$$\sum_{\bar{t}=-2}^2 y_{t+\bar{t}} = 5\beta_0 + 0 \cdot \beta_1 + 10\beta_2 + 0 \cdot \beta_3$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{\bar{t}=-2}^2 (y_{t+\bar{t}} - \beta_0 - \beta_1 \bar{t} - \beta_2 \bar{t}^2 - \beta_3 \bar{t}^3) \bar{t} = 0$$

$$\sum_{\bar{t}=-2}^2 y_{t+\bar{t}} \bar{t} = \beta_0 \sum_{\bar{t}=-2}^2 \bar{t} + \beta_1 \sum_{\bar{t}=-2}^2 \bar{t}^2 + \beta_2 \sum_{\bar{t}=-2}^2 \bar{t}^3 + \beta_3 \sum_{\bar{t}=-2}^2 \bar{t}^4$$

$$\sum_{\bar{t}=-2}^2 y_{t+\bar{t}} \bar{t} = 0 \cdot \beta_0 + 10\beta_1 + 0 \cdot \beta_2 + 34\beta_3$$

$$\text{analogisch } 2 \quad \frac{\partial}{\partial \beta_2} = 0 : \sum_{\bar{t}=-2}^2 y_{t+\bar{t}} \bar{t}^2 = 10\beta_0 + 0 \cdot \beta_1 + 34\beta_2 + 0 \cdot \beta_3$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_3} = 0 : \sum_{\bar{t}=-2}^2 y_{t+\bar{t}} \bar{t}^3 = 0 \cdot \beta_0 + 34\beta_1 + 0 \cdot \beta_2 + 130\beta_3$$

Pro výpočet β_0 stačí 1. a 3. rovnice:

$$\sum y_{t+\bar{c}} = 5\beta_0 + 10\beta_2 \quad | \times 17$$

$$\sum y_{t+\bar{c}} \bar{c}^2 = 10\beta_0 + 34\beta_2 \quad | \times 5$$

$$17 \sum y_{t+\bar{c}} = 85\beta_0 + 170\beta_2$$

$$5 \sum y_{t+\bar{c}} \bar{c}^2 = 50\beta_0 + 170\beta_2$$

odečteme: $17 \sum y_{t+\bar{c}} - 5 \sum y_{t+\bar{c}} \bar{c}^2 = 35\beta_0$

$$\beta_0 = \frac{1}{35} \left(17 \sum y_{t+\bar{c}} - 5 \sum y_{t+\bar{c}} \bar{c}^2 \right) =$$

$$= \frac{1}{35} \left(17y_{t-2} + 17y_{t-1} + 17y_t + 17y_{t+1} + 17y_{t+2} - \right. \\ \left. - 5 \cdot 4y_{t-2} - 5 \cdot 1y_{t-1} - 5 \cdot 0y_t - 5 \cdot 1y_{t+1} - 5 \cdot 4y_{t+2} \right) =$$

$$= \frac{1}{35} \left(-3y_{t-2} + 12y_{t-1} + 17y_t + 12y_{t+1} - 3y_{t+2} \right)$$

Zkráceně se to zapisuje: $\frac{1}{35} (-3, 12, 17, 12, -3)$

nebo $\frac{1}{35} (-3, 12, 17, \dots)$

Výpočty parabolické a lineární úseku řady

veřejně jme k hodnot $y_{t-m}, y_{t-m+1}, \dots, y_{t+m}$ odhadneme hodnotu y_t

tg. je použijeme symmetrický polynom 3. stupně metodou nejmenších

chvění

$$\sum_{\tau=-m}^m (y_{t+\tau} - \beta_0 - \beta_1 \tau - \beta_2 \tau^2 - \beta_3 \tau^3)^2$$

jme použijeme pouze odhad $\hat{\beta}_0$ (odhadneme jme $y_{t+\tau}$ pro $\tau=0$)

Tedy např. když $m=2$, pak k hodnot $y_{m-4}, y_{m-3}, y_{m-2}, y_{m-1}, y_m$

jistě limita příslušného odhadu y_{m-2} , ale už ne y_{m-1}, y_m .

Pro odhad těch posledních dvou už budeme muset počítat

i s $\tau=1$ a $\tau=2$, proto budeme muset dopočítat odhad

β_1, β_2 a β_3 .

Až budeme mít symetrickou celou řadu, budeme moct limita

příslušným pokračovat a konstruovat předpovědi max o 1 krok dopředu.

%.%.%.%

Klasickým příkladem je průměrná hodnota. Příjemně dle
nepřesných měření a maximálních okamžitých měření.

Příklad - máme nějaké údaje o výšce po měsících, ovšem klasické
příklady dle 12.

Jak odhadnu např. červenec? Příjemně na leden - prosinec
doprostřed mezi měsíci červen a červenec.

Ovšem tedy ještě příjemně únor - leden přibližně rohu, len
mezi červenem a srpnem. Z těchto dvou příjemně ovšem příjemně
a přibližně ho červenec.

$$\begin{aligned} \text{tedy } \hat{y}_t &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} (y_{t-6} + y_{t-5} + \dots + y_{t+5}) + \frac{1}{12} (y_{t-5} + y_{t-4} + \dots + y_{t+6}) \right) = \\ &= \frac{1}{24} (y_{t-6} + 2y_{t-5} + 2y_{t-4} + \dots + 2y_{t+5} + y_{t+6}) \end{aligned}$$

komu se říká centrování

Při zpracování řady klesajícího průměru by neměl být ovlivněn průběh klesající složky, protože jejich úholem je právě určeni skutečného klesání řady. V praxi tomu ale někdy tak není i při opatření volbě vah.

Pokud jde o sezónní a cyklickou složku, pak záleží na délce periody a délce klesajícího průměru.

Je-li délka periody podstatně větší než délka klesajícího průměru, pak je periodická složka spolu s klesáním obsažena (v určité části) ve zpracované řadě (týká se to obvykle cyklické složky).

V opačném případě klesává mimo zpracovanou řadu (to je většinou případ sezónní složky).

Jaké zpracování řady je odhadem výjime $T_t + C_t$, resp. $T_t \cdot C_t$.

Exponenciální zpracování

Je to rovněž adekvátní metoda.

Výpočet klesající zpracované hodnoty je založen na všech dostupných minulých zpracováních řady, v metodě symetrických čtverců se ale ráhy jednotlivých čtverců v součtu směrem do minulosti exponenciálně klesují.

Minimalizujeme výjime tvaru

$$(y_t - \hat{y}_t)^2 + (y_{t-1} - \hat{y}_{t-1})^2 \alpha + (y_{t-2} - \hat{y}_{t-2})^2 \alpha^2 + \dots$$

kde α ($0 < \alpha < 1$) je zpracovávací konstanta.

Jednoduché exponenciální vyhlazování

Nechť $Y_t = T_t + E_t$, předpokládáme konstantní trend $T_t = \beta_0$.

Minimalizujeme $\sum_{j=0}^{\infty} (Y_{t-j} - \beta_0)^2 \alpha^j$.

Dostaneme odhad $\hat{\beta}_0 = b_0 = (1-\alpha) \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j Y_{t-j}$, což je vážený

vyhlazená hodnota Y_t .

$$\hat{Y}_t = (1-\alpha) \sum_{j=0}^{\infty} \alpha^j Y_{t-j} \text{ se da' p\v{r}psat ma' } \hat{Y}_t = (1-\alpha) Y_t + \alpha \hat{Y}_{t-1},$$

takže vyhlazené hodnoty se jednoduše počítají rekurentně.
(ka $\hat{Y}_0$ se bere aritmetický průměr všech hodnot)

Předpověď: $\hat{Y}_{m+\tau} = \hat{Y}_m$ pro libovolné $\tau > 0$.

Jak volit hodnotu α ?

Z praktických zkušeností se doporučuje $0,7 \leq \alpha < 1$, existují metody, jak to upravit.

Dvojité exponenciální vyhlazování

analogie pro trendy $T_t = \beta_0 + \beta_1 t$

minimalizuje se výraz $\sum_{j=0}^{\infty} (Y_{t-j} - (\beta_0 + \beta_1(-j)))^2 \alpha^j$

vyhlazená hodnota (i předpověď) je tvaru $b_0 + b_1 t$

Trojité exponenciální vyhlazování

$$T_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$$