

2.6 Prattova modifikace Shellsortu (Prattsort)

Jednou z mnoha modifikací třídícího algoritmu Shellsort je metoda, navržená V. R. Prattem v [10]. Volbou vhodné přírůstkové sekvence lze velmi zjednodušit práci celého algoritmu Shellova třídění. Pokud se podíváme na práci algoritmu podrobněji, zjistíme, že největší množství práce vykoná Insertsort aplikovaný na všechny podposloupnosti vybrané za pomocí přírůstkové sekvence H . Cílem Prattovy práce bylo nalézt takovou přírůstkovou sekvenci H , která by celý proces třídění zjednodušila tak, aby používaný algoritmus Insertsort mohl být redukován na jeden průchod vybranou podposloupností a aby postupné zatřídování prvků použité v Insertsortu mohlo být nahrazeno pouhou výměnou dvou sousedních prvků. Ukazuje se, že taková přírůstková sekvence splňující uvedené požadavky existuje.

Mějme vstupní nesetříděnou posloupnost čísel $A = a_1, \dots, a_n$. Prattova přírůstková sekvence $H = h_t, \dots, h_1$ je posloupnost celých kladných čísel tvaru $2^a 3^b$ taková, že je-li h_i člen Prattovy přírůstkové sekvence, pak $h_i < N$ pro každé i , a existují j_1 a j_2 takové, že $j_1, j_2 < i$ a $h_{j_1} = 2h_i, h_{j_2} = 3h_i$. Tedy h_i je v přírůstkové sekvenci za $2h_i$ a $3h_i$. Prattova přírůstková sekvence je například tato posloupnost čísel:

$$\dots, 81, 54, 36, 24, 16, 27, 18, 12, 8, 9, 6, 4, 3, 2, 1$$

Poslední člen přírůstkové sekvence h_1 musí být samozřejmě roven 1.

Definice 1 Posloupnost A je x -setříděná, jestliže všechny její podposloupnosti $A_i = A[i], A[i+x], A[i+2x], \dots$, kde $1 \leq i < x$ jsou setříděné.

Definice 2 Inverze v posloupnosti A je dvojice prvků $A[i]$ a $A[j]$, kde $i < j$, pro které platí $A[i] > A[j]$.

Věta 1 Je-li $x > 1$, pak existují nezáporná čísla p, q taková, že platí $x = 2p + 3q$.

Věta 2 Je-li posloupnost čísel A 2-setříděná a 3-setříděná, pak je i x -setříděná pro každé $x > 1$.

Věta 3 Je-li posloupnost A velikosti N 2-setříděná, pak pro každé j , $1 < j < N$, platí: buď $A[j-1] \leq A[j] \leq A[j+1]$.

Důkazy těchto jednoduchých vět jsou uvedeny v [10]. Důsledkem vět 1, 2 a 3 je pozorování, že je-li posloupnost čísel $A = a_1, \dots, a_n$ x -setříděná pro všechna $x > 1$, tak žádný prvek a_j posloupnosti A nemůže být členem ve více než jedné inverzi a každá inverze musí být tvořena dvěma sousedními prvky. Tedy setřídit 2-setříděnou a 3-setříděnou posloupnost znamená projít na jeden průchod pole A a případně vyměnit dva sousední prvky. Pokud je délka posloupnosti A rovna N , stačí provést $N - 1$ porovnání.

Uvedená pozorování můžeme aplikovat i na jednotlivé podposloupnosti posloupnosti A . Je-li posloupnost A $2x$ -setříděná a $3x$ -setříděná, pak všechny podposloupnosti vybrané členem přírůstkové sekvence x jsou 2-setříděné a 3-setříděné. Můžeme tedy použít uvedených pozorování a na jeden průchod "x-setřídit" posloupnost A pomocí $N - x$ porovnání a případných výměn sousedních prvků.

Implementace Prattovy verze je velmi jednoduchá. Postupně se generují členy přírůstkové sekvence tak, aby splňovaly výše uvedená kriteria. Máme-li vygenerovaný člen přírůstkové sekvence x , všechny podposloupnosti posloupnosti A vybrané pomocí x setřídíme jedním průchodem této podposloupnosti a případným prohozením dvou sousedních prvků. Činnost algoritmu ilustruje výpis 4.

Algoritmus 4 PRATTSORT

Vstup: $A = A[1], \dots, A[N]$

repeat

vypočti další člen přírůstkové sekvence x

for $k := 1$ to $N - x$ **do**

if $A[k] > A[k + x]$ **then**

SWAP($A[k], A[k + x]$);

end if

end for

until $x = 1$

Je mnoho způsobů, jak postupně generovat členy x přírůstkové sekvence. Nejjednodušší metoda použitá v [10] a v této práci je následující. Generujeme postupně všechna čísla tvaru $2^a 3^b$ tak, aby $a + b = \log_2(N - 1)$, potom všechna čísla tvaru $2^a 3^b$, aby $a + b = \log_2(N - 1) - 1$ atd. Získáme postupně posloupnost množin P_0, P_1, \dots , kde $P_i = \{x | x = 2^a 3^b, a + b = \log_2(N - 1) - i\}$. Prvky množiny P_i generujeme takto:

1. položíme $x = 2^{\lfloor \log_2(N-1) \rfloor - i}$ a $P_i = \{ \}$

2. $P_i := P_i \cup x$, $x := \frac{3x}{2}$ - opakujeme dokud x není liché a $x < N$

Aplikací věty 3 můžeme ještě mírně modifikovat Prattovu metodu třídění. V předchozím algoritmu se jednotlivé podposloupnosti utřídovaly současně. Algoritmus postupoval tak, že napřed porovnal a případně prohodil první dva členy první podposloupnosti pak první dva členy druhé podposloupnosti atd. pro všechny podposloupnosti. Pak teprve porovnával druhý a třetí člen všech podposloupností atd. Algoritmus upravíme tak, že jednotlivé podposloupnosti budeme procházet jednu po druhé, tj. máme-li nějaký člen příručkové sekvence x , pak jako první projdeme a utřídíme podposloupnost $A[1], A[1+x], A[1+2x], \dots$, potom podposloupnost $A[2], A[2+x], A[2+2x], \dots$ atd. Tím lze ušetřit několik porovnávání, protože když dojde k výměně dvou sousedních prvků, podle věty 3 nemůže větší prvek z této dvojice být v žádné jiné inverzi s jiným prvkem tříděné podposloupnosti. Tento prvek tedy už nemusíme porovnávat s následujícím prvkem a můžeme ho jednoduše přeskočit. Úprava algoritmu je ukázána ve výpisu 5.

Algoritmus 5 PRATTSORT_OPT

Vstup: $A = A[1], \dots, A[N]$

repeat

vypočti další člen příručkové sekvence x

for $k := 1$ to $x - 1$ **do** {Cyklus přes podposloupnosti vybrané pomocí x }

for $s := k$ to $N - x$ **do** {Cyklus přes jednotlivé prvky podposloupnosti}

if $A[s] > A[s + x]$ **then**

SWAP($A[s], A[s + x]$);

$s := s + x$; {Důsledek věty 3}

end if

$s := s + x$;

end for

end for

until $x = 1$

Jak je dokázáno v [10], patří tato metoda k asymptoticky nejrychlejším metodám třídění na bázi Shellsortu. Asymptotický odhad složitosti této metody je $O(n \log^2 n)$, což je pro tuto třídu algoritmů, založených na bázi Shellova třídění velmi dobrý výsledek.

2.7 Různé modifikace Prattsorthu

Nevýhoda Prattovy modifikace Shellsortu je značná délka přírůstkové sekvence pro větší vstupní posloupnosti. Proto jsem navrhl a experimentálně ověřil použití jiných přírůstkových sekvencí ve tvaru X^aY^b . Za X a Y lze volit libovolná kladná nesoudělná čísla. Vhodnou volbou čísel X a Y lze dosáhnout výrazného zkrácení přírůstkové sekvence. Pokud však použijeme jiná čísla jako základu mocnin než 2 a 3, nemůžeme použít dříve uvedených pozorování a pro třídění jednotlivých podposloupností musíme použít klasický Insertsort. V tabulce 2.4 jsou uvedeny všechny modifikace Prattsorthu, které jsem navrhl a experimentálně prozkoumal.

Název metody	Tvar členů přírůstkové sekvence
Prattsort 2,5	$h_i = 2^a 5^b$
Prattsort 2,7	$h_i = 2^a 7^b$
Prattsort 2,11	$h_i = 2^a 11^b$
Prattsort 3,5	$h_i = 3^a 5^b$
Prattsort 3,7	$h_i = 3^a 7^b$
Prattsort 3,11	$h_i = 3^a 11^b$
Prattsort 5,7	$h_i = 5^a 7^b$
Prattsort 5,11	$h_i = 5^a 11^b$
Prattsort 7,11	$h_i = 7^a 11^b$

Tabulka 2.4: Různé modifikace Prattsorthu

Srovnání času třídění

X - aritmetický průměr naměřených hodnot, S - směrodatná odchylka

Délka posl.	100			1000			10000			100000			1000000		
	X	S	X	S	X	S	X	S	X	S	X	S	X	S	X
Algoritmus															
PrattSort	0.0004	0.0020	0.0100	0.0040	0.1200	0.0069	2.1264	0.0222	33.0764	0.2052					
PrattSort opt.	0.0000	0.0000	0.0204	0.0072	0.2776	0.0260	5.3716	0.0990	92.2752	1.0735					
Pratt(2,5)	0.0000	0.0000	0.0168	0.0055	0.2304	0.0045	3.7788	0.0258	56.8252	0.5414					
Pratt(2,7)	0.0000	0.0000	0.0132	0.0047	0.2680	0.0085	3.7136	0.4792	51.3580	0.4812					
Pratt(2,11)	0.0000	0.0000	0.0132	0.0047	0.1900	0.0000	3.1008	0.0198	47.3132	0.1126					
Pratt(3,5)	0.0000	0.0000	0.0108	0.0048	0.1628	0.0045	2.5576	0.0099	37.3608	0.0627					
Pratt(3,7)	0.0000	0.0000	0.0108	0.0048	0.1488	0.0032	2.3584	0.0088	34.3304	0.0802					
Pratt(3,11)	0.0000	0.0000	0.0096	0.0066	0.1368	0.0047	2.2060	0.0102	32.1768	0.1264					
Pratt(5,7)	0.0000	0.0000	0.0088	0.0052	0.1164	0.0048	1.8104	0.0082	26.1156	0.0832					
Pratt(5,11)	0.0000	0.0000	0.0080	0.0063	0.1152	0.0050	1.7964	0.0105	26.1336	0.0956					
Pratt(7,11)	0.0000	0.0000	0.0088	0.0077	0.1048	0.0050	1.6108	0.0113	23.2248	0.1062					
ShellSort	0.0000	0.0000	0.0096	0.0060	0.1984	0.0222	5.4168	0.5656	157.8536	20.6624					
Sedgewick	0.0000	0.0000	0.0080	0.0075	0.0796	0.0020	1.0944	0.0057	14.1128	0.0207					

Srovnání počtu výměn

\bar{X} - aritmetický průměr naměřených hodnot, S - směrodatná odchylka

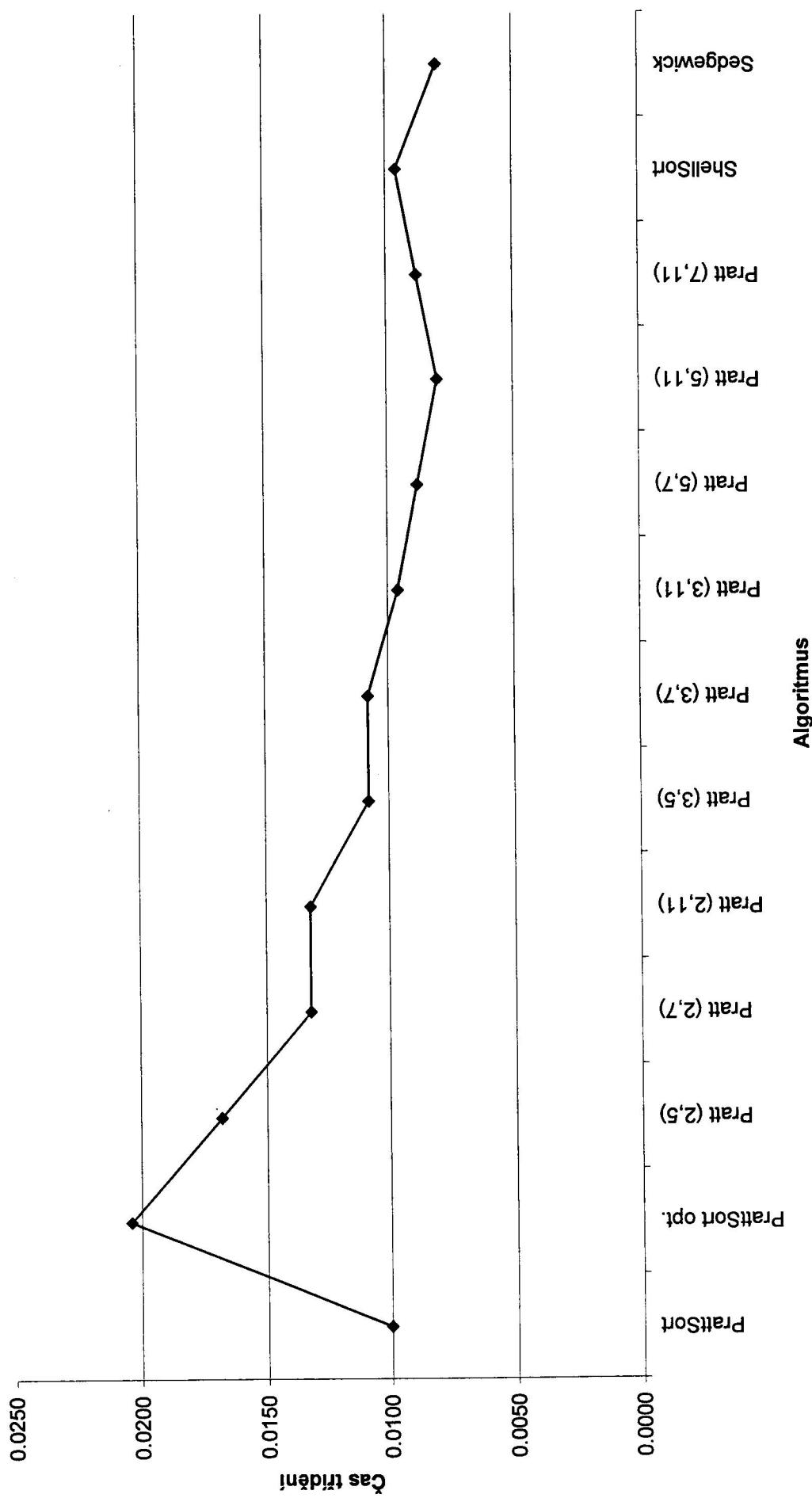
Délka posl.	100			1000			10000			100000			1000000		
	\bar{X}	S	\bar{X}	S	\bar{X}	S	\bar{X}	S	\bar{X}	S	\bar{X}	S	\bar{X}	S	\bar{X}
Algoritmus															
PrattSort	322.60	17.36	6.301.04	180.20	102.752.60	1.524.66	1.521.254.20	13.461.60	20.960.481.52	165.527.19					
PrattSort opt.	329.72	17.08	6.271.52	86.50	102.953.64	1.629.26	1.519.718.16	15.081.52	20.968.872.52	170.910.38					
Pratt(2,5)	358.92	17.31	7.440.52	174.17	124.596.04	2.179.69	1.878.066.20	24.958.75	26.448.908.48	152.428.73					
Pratt(2,5,7)	403.84	25.22	8.198.68	232.88	142.912.48	2.813.05	2.182.190.00	18.225.43	30.877.644.36	286.893.80					
Pratt(2,5,7,9)	452.56	40.98	9.909.20	282.53	174.401.24	3.843.38	2.695.362.72	44.541.39	38.542.045.60	415.947.13					
Pratt(3,5)	379.92	23.56	7.380.12	204.36	120.754.48	1.803.32	1.781.996.20	20.291.43	24.535.176.44	149.688.33					
Pratt(3,7)	438.40	23.67	8.644.04	265.60	146.665.08	2.678.06	2.217.240.96	27.037.02	30.805.686.20	246.828.75					
Pratt(3,7,9)	474.04	44.09	10.298.00	318.70	176.898.48	3.962.54	2.735.959.92	27.006.76	38.723.742.00	426.802.86					
Pratt(5,7)	459.96	35.81	8.828.68	224.76	141.858.68	2.789.50	2.057.691.68	22.874.62	27.817.691.96	253.562.95					
Pratt(5,7,9)	553.48	40.57	11.082.00	306.17	187.657.88	4.870.83	2.828.103.16	30.634.06	39.480.396.72	341.236.47					
Pratt(7,11)	565.88	62.98	11.388.08	461.65	185.171.24	3.674.55	2.735.128.76	36.126.93	37.341.907.84	438.229.47					
ShellSort	476.80	80.42	16.356.04	3.370.15	519.784.68	91.200.03	17.088.197.84	2.201.994.34	511.776.225.92	79.167.495.10					
Sedgewick	463.04	35.60	7.745.28	267.19	108.692.20	1.005.34	1.408.679.46	5.189.32	17.403.353.24	30.103.16					

Srovnání počtu porovnání

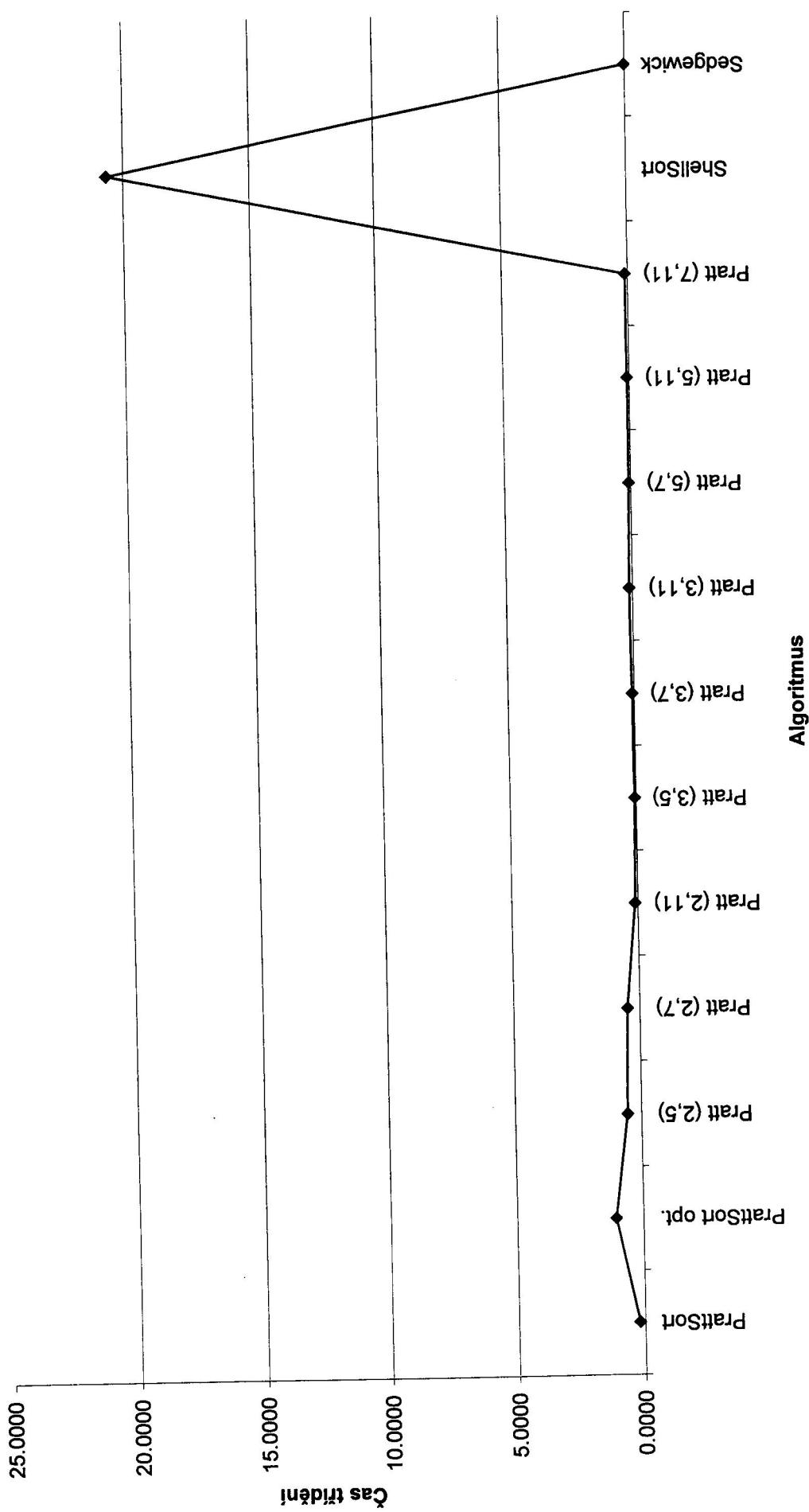
X - aritmetický průměr naměřených hodnot, S - směrodatná odchylka

Délka posl.	100			1000			10000			100000			1000000			
	X	S	X	X	S	X	S	X	S	X	S	X	S	X	S	
Algoritmus																
PrattSort	1,387,00	0,00	30,955,00	0,00	550,711,00	0,00	8,605,411,00	0,00	123,987,151,00	0,00	123,987,151,00	0,00	123,987,151,00	0,00	123,987,151,00	
PrattSortOpt	1,125,68	13,76	25,404,20	88,75	454,411,44	1,595,51	7,153,129,52	15,071,34	103,734,846,04	170,763,14	103,734,846,04	170,763,14	103,734,846,04	170,763,14	103,734,846,04	
Pratt(25)	1,351,04	16,86	29,486,32	170,12	515,175,76	2,188,71	7,955,157,64	24,929,08	113,647,205,48	192,311,06	113,647,205,48	192,311,06	113,647,205,48	192,311,06	113,647,205,48	
Pratt(27)	1,274,48	23,87	27,297,96	227,21	477,253,24	2,796,98	7,342,266,36	18,255,28	104,572,405,44	287,035,73	104,572,405,44	287,035,73	104,572,405,44	287,035,73	104,572,405,44	
Pratt(24,1)	1,216,56	39,98	26,157,12	280,85	457,377,60	3,832,72	7,042,130,28	44,553,97	100,213,814,72	415,985,74	100,213,814,72	415,985,74	100,213,814,72	415,985,74	100,213,814,72	
Pratt(3,5)	1,046,32	21,50	22,066,04	202,09	375,710,88	1,815,62	5,732,926,80	20,232,21	81,035,325,64	149,753,54	81,035,325,64	149,753,54	81,035,325,64	149,753,54	81,035,325,64	
Pratt(3,7)	1,033,32	22,21	21,277,76	261,18	365,213,24	2,671,06	5,568,651,52	27,014,38	78,463,838,56	246,990,97	78,463,838,56	246,990,97	78,463,838,56	246,990,97	78,463,838,56	
Pratt(3,11)	969,24	42,56	20,993,08	320,08	360,785,48	3,965,12	5,549,669,76	27,034,79	78,604,579,60	426,893,15	78,604,579,60	426,893,15	78,604,579,60	426,893,15	78,604,579,60	
Pratt(5,7)	891,96	34,51	17,853,36	223,83	296,887,00	2,792,12	4,425,587,96	22,912,05	61,493,826,52	253,608,15	61,493,826,52	253,608,15	61,493,826,52	253,608,15	61,493,826,52	
Pratt(5,11)	915,00	37,91	18,822,88	302,61	319,339,04	4,885,54	4,827,738,00	30,653,76	67,560,013,60	341,167,67	67,560,013,60	341,167,67	67,560,013,60	341,167,67	67,560,013,60	
Pratt(7,11)	876,88	63,83	17,941,44	456,79	296,267,76	3,677,49	4,409,254,92	36,097,63	60,974,899,56	438,304,00	60,974,899,56	438,304,00	60,974,899,56	438,304,00	60,974,899,56	
ShellSort	1,006,12	79,33	24,838,92	3,371,27	638,897,68	91,203,78	18,612,551,76	2,201,979,34	530,241,233,40	79,167,441,52	530,241,233,40	79,167,441,52	530,241,233,40	79,167,441,52	530,241,233,40	
Sedgewick	752,52	35,16	13,413,40	263,09	196,943,80	1,000,23	2,623,233,88	5,186,02	32,758,960,92	29,978,84	32,758,960,92	29,978,84	32,758,960,92	29,978,84	32,758,960,92	29,978,84

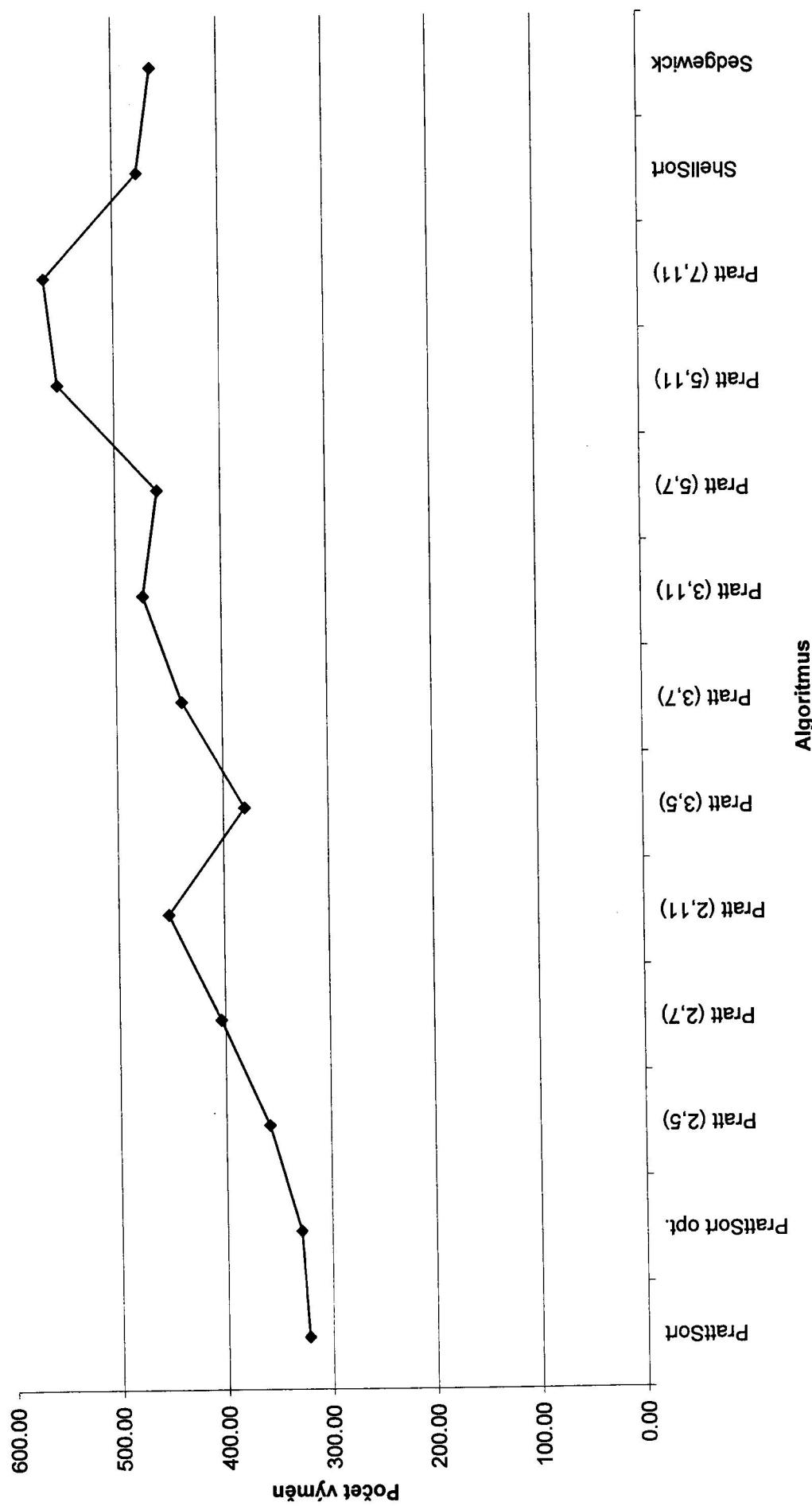
Porovnání času třídění - délka 1 000



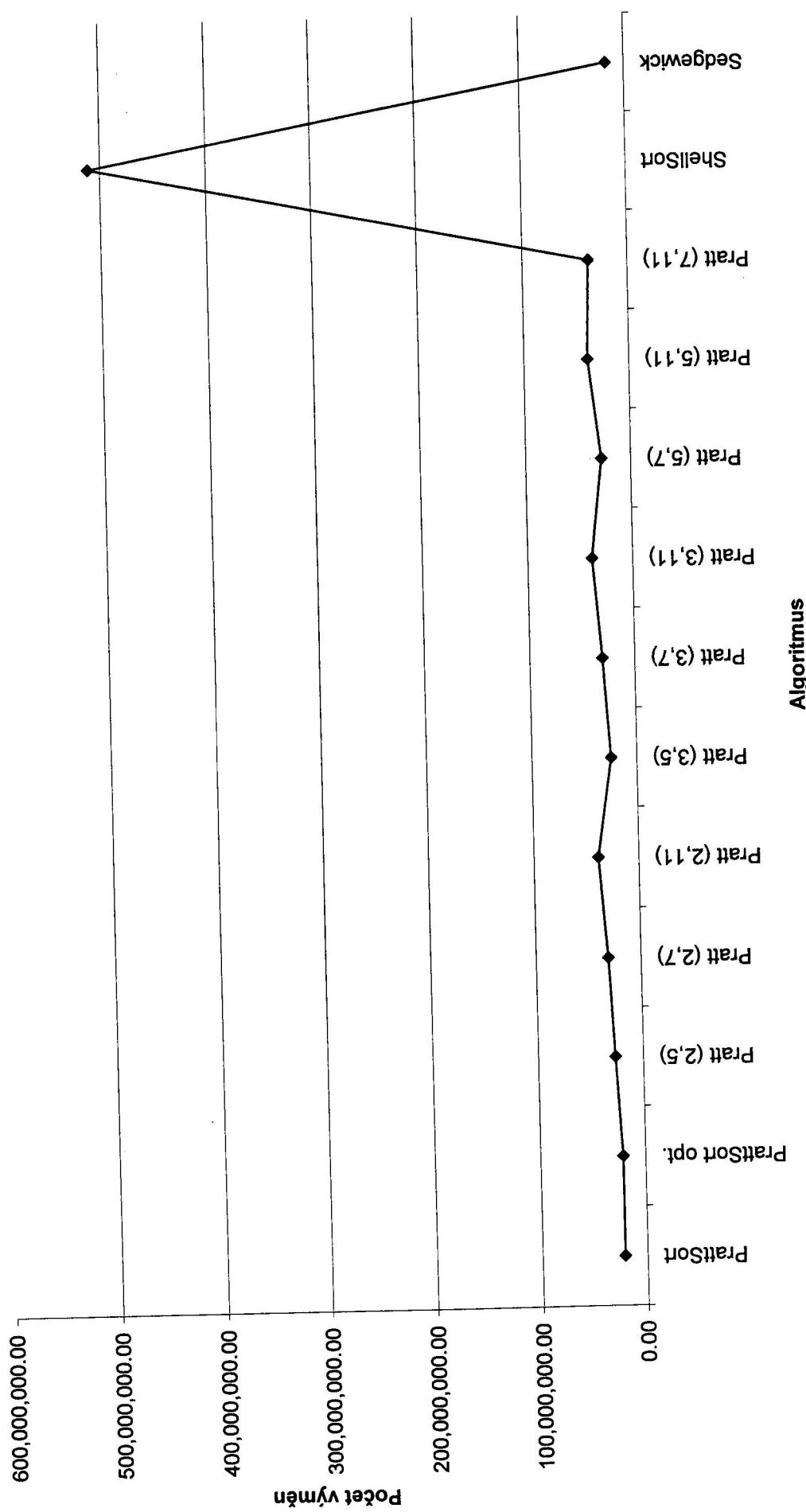
Porovnání času třídění - délka 1 000 000



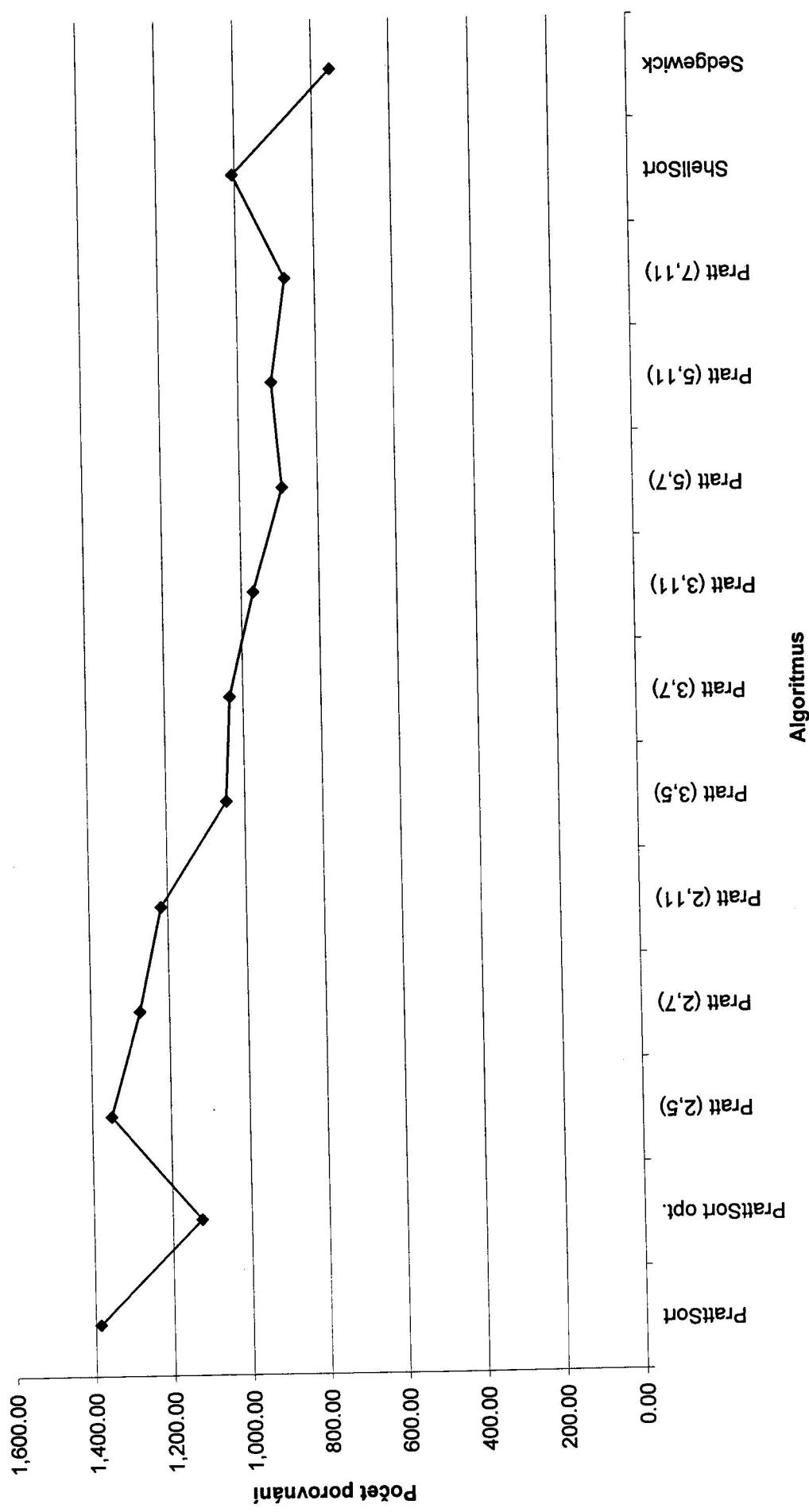
Srovnání počtu výměn - délka 100



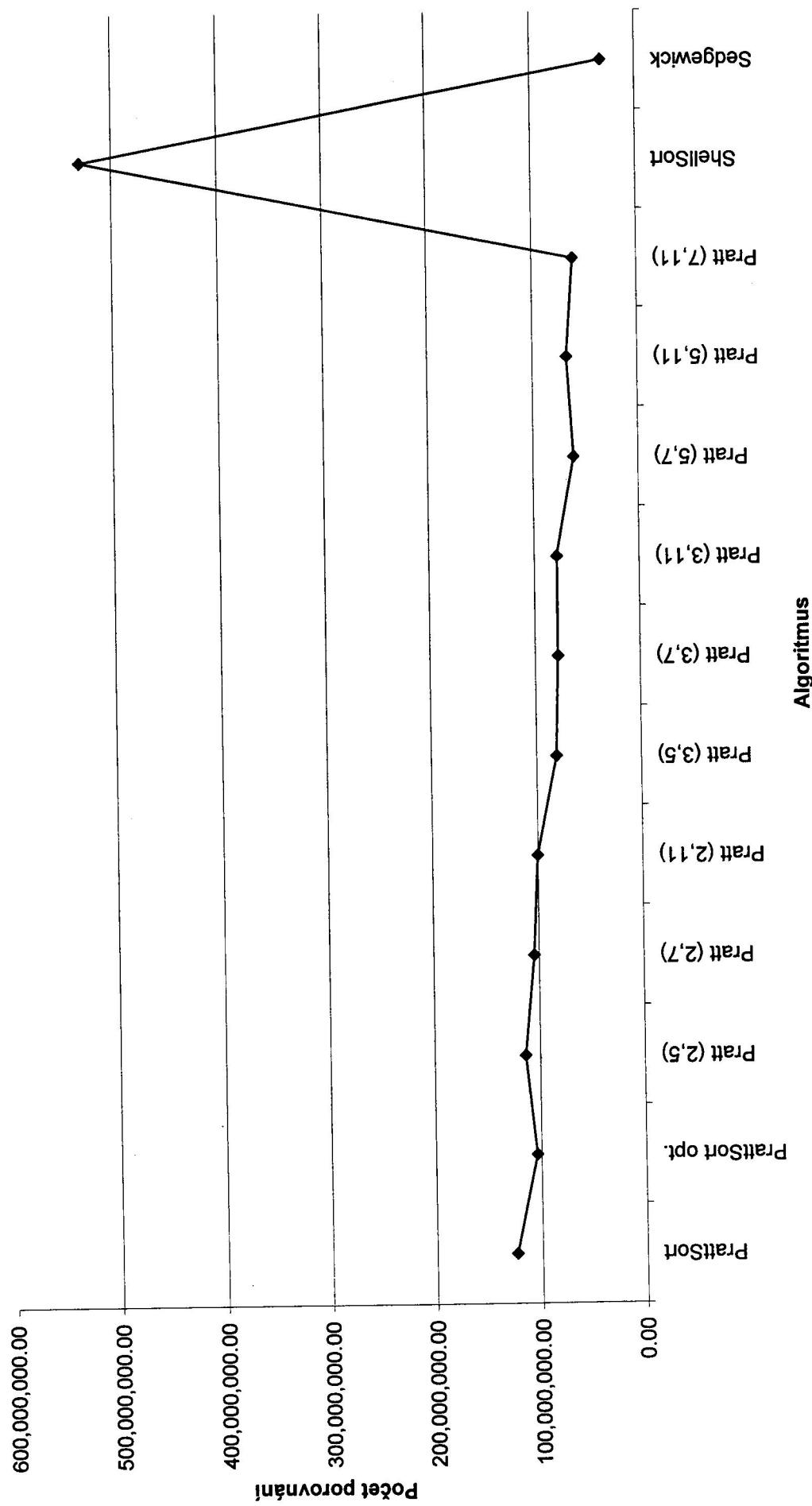
Srovnání počtu výměn - délka 1 000 000



Srovnání počtu porovnání - délka 100



Srovnání počtu porovnání - délka 1 000 000



3.1.4 Měření závislosti jednotlivých ukazatelů složitosti na délce vstupní posloupnosti

Protože složitost nějakého algoritmu se většinou uvádí ve tvaru funkce velikosti vstupu, měřil jsem závislost všech tří ukazatelů složitosti (času, výměn a porovnání) na délce vstupní posloupnosti. Toto měření dává velice názornou představu o průběhu funkce určující složitost algoritmu a umožňuje získat přibližnou approximaci této funkce.

Experiment jsem rozdělil na dvě části. V první části jsem měřil závislost pro délky posloupností od 100 do 10 000 prvků, ve druhé části pro délky vstupních posloupností od 10 000 do 1 000 000 prvků. Vlastní měření probíhalo takto: postupně se generovaly množiny náhodných posloupností, jejichž délky se postupně prodlužovaly v prvním případě o 200 prvků, ve druhém o 50 000 prvků. Pro každou délku posloupnosti a pro každou ze zkoumaných verzí Shellsortu se vygenerovalo 10 náhodných posloupností, které se setřídily. Měřil jsem, tak jako v předchozích experimentech čas, počet výměn a počet porovnání. Počet měření byl stanoven na 10 kvůli velké časové náročnosti tohoto experimentu (doba trvání experimentu byla přibližně 24 hodin). Z naměřených hodnot byl vypočten aritmetický průměr. Větším počtem pokusů bychom sice dosáhli větší přesnosti approximace, ale vzhledem k tomu, že mi šlo především o přibližné srovnání zkoumaných verzí, uvedený počet měření plně postačuje.

Průběh experimentálně naměřených hodnot zachycují následující souhrnné grafy, které jsou z praktických důvodů vždy rozděleny na část odpovídající kratsím posloupnostem (do 10 000 prvků) a na část odpovídající dlouhým posloupnostem (od 10 000 do 1 000 000 prvků).

3.1.5 Experimentální odvození složitosti

Jak již bylo zmíněno, tento experiment měl za úkol stanovit tvar funkce složitosti včetně konkrétních hodnot konstant vyskytujících se v této funkci. Pro jejich výpočet bylo použito metod nelineární regrese. Obecně není známa žádná metoda, která by pro daná experimentální data určila "optimální" tvar funkce (tj. zda to bude např. polynom nebo logaritmus). Tvar funkce musíme zvolit sami na základě určité znalosti řešeného problému, například podle grafického záznamu experimentu. Použitá regresní metoda pak pouze provede proložení zvolené funkce experimentálními daty tak, aby odchylky (resp. součet jejich čtverců) naměřených hodnot od hodnot určených prokládanou funkcí byl minimální. Součet čtverců těchto odchylek nazýváme **reziduální rozptyl**. Podle velikosti reziduálního rozptylu pak usuzujeme o kvalitě celé approximace.

V našem případě jsme funkci F volili s ohledem na teoretické odhady složitostí, protože jsme chtěli mimo jiné ověřit, do jaké míry se teoreticky vypočtená složitost shoduje s výsledky experimentů. Použitá funkce byla tvaru $F(n; A, B) = An \ln^2 n + Bn \ln n$, kde A, B jsou počítané konstanty.

Pro výpočet této funkce byla použita data z předchozího experimentu, tedy dvojice (X_i, Y_i) , kde veličina X_i je délka vstupní posloupnosti a Y_i je průměr z deseti měření konkrétního ukazatele složitosti na posloupnosti o délce X_i . Konkrétní výpočty konstant prováděl program Microcal Origin 4.1, který pro výpočty parametrů regresní funkce používá Levenberg-Marquardtovu iterační metodu.

V následujících tabulkách jsou shrnutý výsledky experimentu. Tabulka 3.2 obsahuje hodnoty konstant pro čas třídění, tabulka 3.3 obsahuje výsledky pro počet výměn prvků a konečně tabulka 3.4 obsahuje výsledky pro počet porovnání.

Verze	A	δ_A	B	δ_B
Prattsort	$2,5251 \cdot 10^{-7}$	$2,3295 \cdot 10^{-9}$	$-8,6057 \cdot 10^{-7}$	$3,1415 \cdot 10^{-8}$
Prattsort opt	$9,3901 \cdot 10^{-7}$	$1,2716 \cdot 10^{-8}$	$-56,058 \cdot 10^{-7}$	$1,7149 \cdot 10^{-7}$
Prattsort 2,5	$3,7898 \cdot 10^{-7}$	$2,156 \cdot 10^{-9}$	$-7,2997 \cdot 10^{-7}$	$2,9075 \cdot 10^{-8}$
Prattsort 2,7	$2,7862 \cdot 10^{-7}$	$2,7928 \cdot 10^{-8}$	$3,018 \cdot 10^{-7}$	$3,7664 \cdot 10^{-7}$
Prattsort 2,11	$3,6248 \cdot 10^{-7}$	$3,0935 \cdot 10^{-9}$	$-11,485 \cdot 10^{-7}$	$4,1718 \cdot 10^{-8}$
Prattsort 3,5	$2,2459 \cdot 10^{-7}$	$1,2909 \cdot 10^{-9}$	$-1,325 \cdot 10^{-7}$	$1,7409 \cdot 10^{-8}$
Prattsort 3,7	$2,2425 \cdot 10^{-7}$	$1,2924 \cdot 10^{-9}$	$-2,856 \cdot 10^{-7}$	$1,7429 \cdot 10^{-8}$
Prattsort 3,11	$2,0387 \cdot 10^{-7}$	$8,4406 \cdot 10^{-10}$	$-1,8103 \cdot 10^{-7}$	$1,1383 \cdot 10^{-8}$
Prattsort 5,7	$1,6554 \cdot 10^{-7}$	$4,9935 \cdot 10^{-9}$	$-2,0214 \cdot 10^{-7}$	$6,7341 \cdot 10^{-8}$
Prattsort 5,11	$1,6028 \cdot 10^{-7}$	$1,5814 \cdot 10^{-9}$	$-0,76644 \cdot 10^{-7}$	$2,1326 \cdot 10^{-8}$
Prattsort 7,11	$1,2711 \cdot 10^{-7}$	$1,0096 \cdot 10^{-9}$	$1,4799 \cdot 10^{-7}$	$1,3615 \cdot 10^{-8}$
Shellsort	$29,843 \cdot 10^{-7}$	$1,9524 \cdot 10^{-7}$	$-300,00 \cdot 10^{-7}$	$2,6121 \cdot 10^{-6}$
Sedgewick	$0,3168 \cdot 10^{-7}$	$5,7544 \cdot 10^{-10}$	$6,8640 \cdot 10^{-7}$	$7,7603 \cdot 10^{-9}$

Tabulka 3.2: Parametry regresní funkce F pro čas třídění

Verze	A	δ_A	B	δ_B
Prattsort	0,09014	0,00103	0,42042	0,01388
Prattsort opt	0,09405	0,00152	0,36806	0,02053
Prattsort 2,5	0,13630	0,00216	0,22813	0,02909
Prattsort 2,7	0,16726	0,00297	0,14893	0,03999
Prattsort 2,11	0,20759	0,00403	0,19420	0,05439
Prattsort 3,5	0,10844	0,00211	0,45685	0,02852
Prattsort 3,7	0,14862	0,00210	0,39587	0,02836
Prattsort 3,11	0,20004	0,00244	0,31249	0,03287
Prattsort 5,7	0,10406	0,00215	0,77541	0,02893
Prattsort 5,11	0,18564	0,00305	0,58166	0,04120
Prattsort 7,11	0,17452	0,00412	0,56292	0,05551
Shellsort	10,79503	0,45931	-112,70179	6,14491
Sedgewick	0,01563	0,00066	1,16912	0,00887

Tabulka 3.3: Parametry regresní funkce F pro počet výměn

Verze	A	δ_A	B	δ_B
Prattsort	0,72122	0,00077	-0,08843	0,01037
Prattsort opt	0,62277	0,00157	-0,34157	0,02121
Prattsort 2,5	0,63733	0,00225	0,25472	0,03036
Prattsort 2,7	0,56637	0,00324	0,50310	0,04366
Prattsort 2,11	0,54290	0,00505	0,48036	0,06814
Prattsort 3,5	0,42589	0,00247	0,57001	0,03330
Prattsort 3,7	0,40328	0,00257	0,67559	0,03464
Prattsort 3,11	0,41119	0,00209	0,57575	0,02820
Prattsort 5,7	0,28731	0,00297	0,91869	0,04011
Prattsort 5,11	0,31573	0,00447	1,01248	0,06031
Prattsort 7,11	0,28268	0,00354	0,94861	0,04776
Shellsort	10,80559	0,45962	-111,50408	6,14917
Sedgewick	0,04452	0,00066	1,99620	0,00896

Tabulka 3.4: Parametry regresní funkce F pro počet porovnání

V tabulkách jsou uvedeny hodnoty spočítaných parametrů A a B . Veličiny δ_A a δ_B jsou spočítané chyby pro parametry A a B . Ty jsou definovány vztahem $\delta_i = \sqrt{var(i)\chi^2}$, kde $i \in \{A, B\}$, $var(i)$ je rozptyl veličiny i a χ^2 je reziduální rozptyl. Podrobnější tabulky parametrů regresní funkce jsou uvedeny v příloze D.

(97r)

