

Principy počítačů a operačních systémů

Číselné soustavy a převody

Zimní semestr 2011/2012

Číselné soustavy (1)

Polyadické číselné soustavy

- poziční systém s jedním nebo více základy (radix number system)
- číslo A reprezentuje uspořádaná $(n+m)$ -tice koeficientů a_i (číslic)
- pokud má soustava pouze jeden základ z , potom $z_i = z^i$
- pokud $m = 0$, potom A je celé číslo
- pokud $m > 0$, potom A má zlomkovou část

$$A = \sum_{i=-m}^{i=n-1} a_i z_i$$



Číselné soustavy (2)

Nepolyadické číselné soustavy

- římské číslice
 - ♦ 1648 ~ MCDXLVIII, 2003 ~ MMIII, 9 ~ IX, VIII
 - ♦ nevhodné pro algebraické operace
- soustava zbytkových tříd
 - ♦ k různých základů – prvočísel
 - ♦ číslo vyjádřeno k -ticí zbytků po dělení základy
 - ♦ jednoznačné pouze pro čísla menší než součin základů
 - soustava o základech 2, 3, 11 ~ 9 zapsáno jako 109
 - ♦ rychlejší aritmetické operace (chybí přenos mezi řády)
 - nejednoznačné dělení, problematické porovnávání, časově náročný převod do/z soustavy



Převod mezi soustavami (1)

Přepis celého čísla

- zápis čísla A v soustavě o základu z

$$\begin{aligned} A &= a_{n-1}z^{n-1} + a_{n-2}z^{n-2} + \dots + a_1z^1 + a_0z^0 &= \\ &= (a_{n-1}z^{n-2} + a_{n-2}z^{n-3} + \dots + a_1)z + a_0 &= \\ &= (((a_{n-1}z + a_{n-2})z + \dots + a_2)z + a_1)z + a_0 \end{aligned}$$

- zápis čísla A v soustavě o základu z'

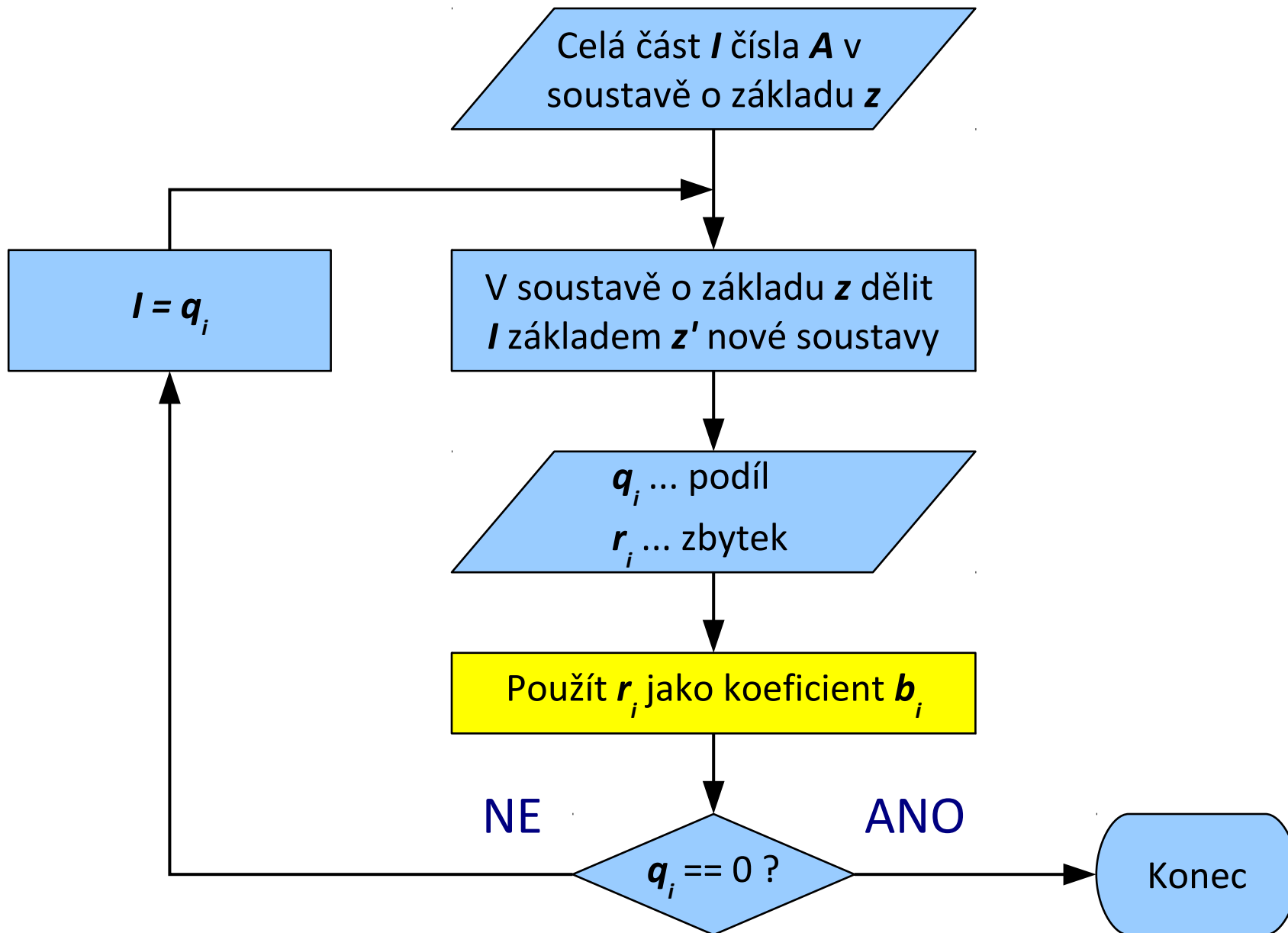
$$A = (((b_{n-1}z' + b_{n-2})z' + \dots + b_2)z' + b_1)z' + b_0$$

- rekurzivní převod

$$A = \left[\frac{A}{z'} \right] z' + A \bmod z'$$



Převodní algoritmus celé části



Příklad: převod celé části

$$151_{10} = ???_2$$

$$151 : 2 = 75 \quad b_0 = 1$$

$$75 : 2 = 37 \quad b_1 = 1$$

$$37 : 2 = 18 \quad b_2 = 1$$

$$18 : 2 = 9 \quad b_3 = 0$$

$$9 : 2 = 4 \quad b_4 = 1$$

$$4 : 2 = 2 \quad b_5 = 0$$

$$2 : 2 = 1 \quad b_6 = 0$$

$$1 : 2 = 0 \quad b_7 = 1$$

$$134_9 = ???_7$$

$$134 : 7 = 17 \quad b_0 = 0$$

$$17 : 7 = 2 \quad b_1 = 2$$

$$2 : 7 = 0 \quad b_2 = 2$$

$$151_{10} = 10010111_2$$

$$134_9 = 220_7$$



Převod do desítkové soustavy

Přepis celého čísla

- koeficienty a_i zápisu čísla o základu z vynásobíme odpovídající (i -tou) mocninou z a sečteme

$$A \approx a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0$$

$$A = a_{n-1} z^{n-1} + a_{n-2} z^{n-2} + \dots + a_1 z^1 + a_0 z^0$$

- Hornerovo schéma

$$A = (((a_{n-1} z + a_{n-2}) z + \dots + a_2) z + a_1) z + a_0$$



Převod mezi soustavami (2)

Přepis zlomkové části

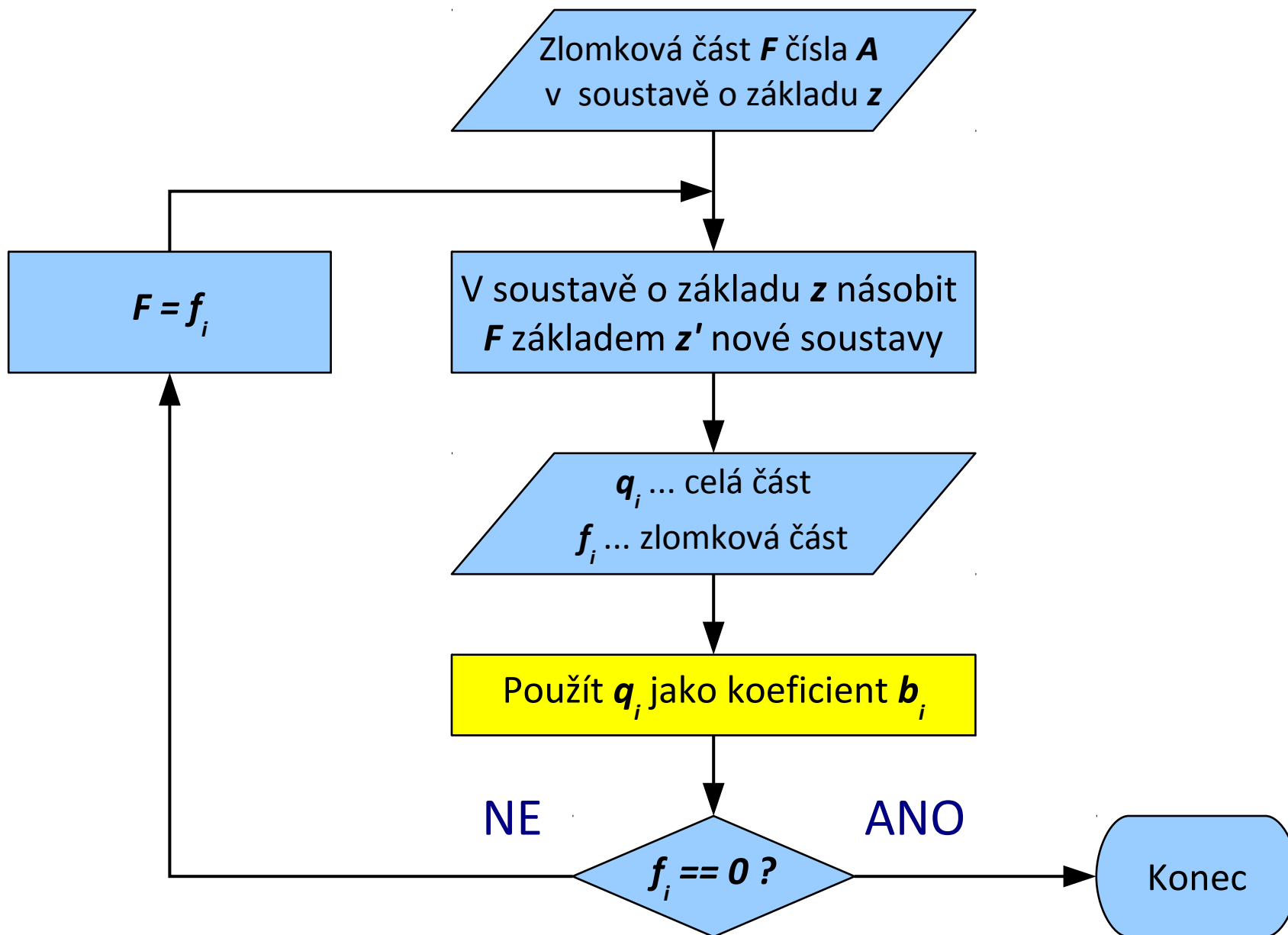
- zápis čísla A v soustavě o základu z

$$A = a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_0z^0 + a_{-1}z^{-1} + \dots + a_{-m}z^{-m}$$

- pro zápis v soustavě o základu z' hledáme koeficienty b_i pro $-m \leq i \leq n-1$
- převod celé části pro $0 \leq i \leq n-1$
- převod zlomkové části pro $-m \leq i < 0$
 - ♦ základem nové soustavy se v původní soustavě **násobí**



Převodní algoritmus zlomkové části



Příklad: převod zlomkové části (1)

$$0,1_{10} = ???_2$$

$$0,1 * 2 = 0,2 \quad b_{-1} = 0$$

$$0,2 * 2 = 0,4 \quad b_{-2} = 0$$

$$0,4 * 2 = 0,8 \quad b_{-3} = 0$$

$$0,8 * 2 = 1,6 \quad b_{-4} = 1$$

$$0,6 * 2 = 1,2 \quad b_{-5} = 1$$

$$0,2 * 2 = 0,4 \quad b_{-6} = 0$$

...

Postup nemusí skončit!

$$0,1_{10} \approx 0,000110011_2$$

$$0,678_{10} = ???_2$$

$$0,678 * 2 = 1,356 \quad b_{-1} = 1$$

$$0,356 * 2 = 0,712 \quad b_{-2} = 0$$

$$0,712 * 2 = 1,424 \quad b_{-3} = 1$$

$$0,424 * 2 = 0,848 \quad b_{-4} = 0$$

$$0,848 * 2 = 1,696 \quad b_{-5} = 1$$

$$0,696 * 2 = 1,392 \quad b_{-6} = 1$$

$$0,392 * 2 = 0,784 \quad b_{-7} = 0$$

$$0,784 * 2 = 1,568 \quad b_{-8} = 1$$

...

$$0,678_{10} \approx 0,10101101_2$$



Příklad: převod zlomkové části (2)

$$0,1_3 = ???_{10}$$

$$0,1 * 101 = 10,1 \quad b_{-1} = 10_3 = 3_{10}$$

$$0,1 * 101 = 10,1 \quad b_{-2} = 10_3 = 3_{10}$$

$$0,1 * 101 = 10,1 \quad b_{-3} = 10_3 = 3_{10}$$

...

$$0,1 * 101 = 10,1 \quad b_{-m} = 10_3 = 3_{10}$$

Postup opět nekončí!

$$0,1_3 \approx 0,33\dots33_{10}$$

